Sesja Jubileuszowa „70 lat Oddziału Górnośląskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego”

8 grudnia 2023 r.

Aula im. K. Lepszego
Uniwersytet Śląski w Katowicach
ul. Bankowa 12, Katowice

Honorowy patronat Prezesa PTM

rok zał. 1919

Patronat medialny:

Honorowy Patronat Rektora
UNIWERSYTETU ŚLĄSKIEGO
W KATOWICACH

TVP 3
KATOWICE

Prezesi Oddziału Górnośląskiego PTM:

- prof. dr Antoni Wakulicz (1953–1969)
- prof. dr hab. Mieczysław Kucharzewski (1969–1973)
- prof. dr hab. Lech Dubikajtis (1973–1975)
- prof. dr hab. Jerzy Mioduszewski (1975–1981)
- prof. dr hab. Mieczysław Kucharzewski (1981–1984)
- prof. dr hab. Piotr Antosik (1984–1986)
- prof. dr hab. Roman Ger (1986–1990)
- prof. dr hab. Jerzy Mioduszewski (1990–1992)
- prof. dr hab. Aleksander Błaszczyk (1992–1996)
- dr Krystyna Skórnik (1996–2016)
- prof. dr hab. Maciej Sablik (2017–2022)
- prof. dr hab. Michał Baczyński (od 2023 r.)

Dnia 12 grudnia 1953 roku odbyło się pierwsze posiedzenie Oddziału Gliwickiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego, który w 1965 r. przeniósł się do Katowic i zmienił nazwę na Oddział Górnośląski PTM. Nie ulega wątpliwości, że powstanie Oddziału PTM, zainicjowane przez grupę matematyków pracujących w nielicznych wtedy uczelniach wyższych, było pierwszym sygnałem rodzącego się na Górnym Śląsku życia matematycznego. Od tej pory z każdym rokiem przybywało wyników, natomiast formalne możliwości towarzystwa przyczyniły się do intensywnej współpracy z polskimi i zagranicznymi uczelniami.

Najważniejsze inicjatywy Oddziału w okresie ostatnich dziesięciu lat (2014-2023):

- współorganizacja sesji popularnonaukowej *Spotkania z Matematyką* wspólnie z VIII Liceum Ogólnokształcącym z Oddziałami Dwujęzycznymi im. M. Skłodowskiej-Curie w Katowicach (corocznie),
- coroczna organizacja Śląskiego Konkursu Matematycznego im. Krystyny Skórnik dla uczniów klas pierwszych i drugich szkół ponadpodstawowych (dawniej ponadgimnazjalnych) województwa śląskiego,
- organizacja Międzyszkolnych Kółek Matematycznych dla uczniów klas maturalnych,
- współorganizacja Międzynarodowego Konkursu Drużyn Studenckich w Matematyce (the International Student Team Competition in Mathematics, ISTCiM) od roku 2021 (wspólnie z Wydziałem Nauk Ścisłych i Technicznych Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach),
- współorganizacja konferencji naukowej *Ger-Kominek Workshop on Mathematical Analysis and Real Functions*, która odbyła się w dniach 20-21 listopada 2015 (wspólnie z Instytutem Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach),
- współorganizacja Ogólnopolskich Konferencji Naukowych *Modelowanie preferencji a ryzyko* (wspólnie z Katedrą Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach),
- wydanie książeczki: Krystyna Skórnik, *Działalność Oddziału Górnośląskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego w latach 1996-2016*, Katowice, 2016,
- organizacja sesji poświęconej wspomnieniom śp. prof. dr. hab. Kazimierza Szymiczka w dniu 10 grudnia 2015 roku,
- organizacja sesji poświęconej pamięci śp. dr Krystyny Skórnik w dniu 20 stycznia 2018 roku,
- współorganizacja jubileuszu 90-lecia urodzin docenta dra Edwarda Siwka w dniu 20 kwietnia 2023 roku (wspólnie z Instytutem Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach),
- współorganizacja XV Święta Liczby Pi, które odbyło się w roku 2020 (wspólnie z Wydziałem Nauk Ścisłych i Technicznych Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach).

Program sesji

10:00–10:15	Otwarcie sesji jubileuszowej
10:15–11:00	prof. dr hab. Ryszard Rudnicki *Procesy kawałkami deterministyczne w biologii*
11:00–11:45	prof. dr hab. Jerzy Klamka *Sterowalność układów dynamicznych*
11:45–12:15	Przerwa kawowa
12:15–13:00	dr hab. Józef Drewniak *Algebra relacji rozmytych*
13:00–13:45	dr hab. inż. Waldemar Hołubowski, prof. PŚ *Macierze nieskończone w algebrze*
13:45–15:00	Przerwa obiadowa
15:00–15:45	prof. dr hab. Michał Morayne *Twierdzenie Baire'a i Banacha o punkcie stałym oraz fraktale w przestrzeniach* T_1
15:45–16:30	prof. dr hab. Marek Cezary Zdun *O problemie zanurzalności w teorii iteracji*
16:30–17:00	Przerwa kawowa
17:00–17:35	prof. dr hab. Kazimierz Nikodem *Funkcje silnie wypukłe*
17:35–17:45	Zakończenie sesji jubileuszowej

Procesy kawałkami deterministyczne w biologii

Ryszard Rudnicki
Instytut Matematyczny PAN, Katowice

Proces kawałkami deterministyczny, to proces stochastyczny z czasem ciągłym $X(t)$, dla którego istnieje taki rosnący ciąg losowych momentów (t_n) zwanych skokami, że realizacje procesu $X(t)$ są zdefiniowane w sposób deterministyczny w każdym przedziale (t_n, t_{n+1}). Rodzina takich procesów jest bardzo bogata i ma liczne zastosowania w biologii [1]: procesy urodzin i śmierci, modele wzrostu populacji z katastrofą, cyklu komórkowego, przemieszczania mikroorganizmów, ekspresji genów, aktywności neuronów i działania układu immunologicznego.

Dokładniej przedstawimy dwa przykłady takich modeli. Pierwszy z nich to model ekspresji genów [2], który opisany jest parą układów równań różniczkowych, a zmiana aktywności genu powoduje przełączanie układu. Drugi to model immunologiczny [3], w którym stężenie antygenów zmienia się skokowo w wyniku infekcji.

Następnie wyjaśnimy jak można badać rozkłady takich procesów korzystając z półgrup stochastycznych, a więc półgrup operatorów liniowych i dodatnich na przestrzeni $L^1(X)$ zachowujących całkę [4]. W szczególności pokażemy, że w rozpatrywanych modelach, gęstości rozkładów zmierzają do gęstości stacjonarnej.

Literatura

[1] R. Rudnicki, M. Tyran-Kamińska, *Piecewise deterministic processes in biological models*, Springer 2017.

[2] R. Rudnicki, A. Tomski, *On a stochastic gene expression with pre-mRNA, mRNA and protein contribution*, J. Theor. Biol. 2015.

[3] K. Pichór, R. Rudnicki, *Asymptotic properties of a general model of immune status*, SIAM J. Appl. Math. 2023.

[4] K. Pichór, R. Rudnicki, *Asymptotic decomposition of substochastic operators and semigroups*, J. Math. Anal. Appl. 2016.

Sterowalność układów dynamicznych

Jerzy Klamka

Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN, Gliwice

W referacie rozpatrywane są zagadnienia sterowalności liniowych, ciągłych, skończenie wymiarowych układów dynamicznych bez opóźnień oraz z opóźnieniami we współrzędnych stanu i w sterowaniach dopuszczalnych. Dla układów dynamicznych z opóźnieniami podano definicje stanu chwilowego oraz stanu zupełnego układu dynamicznego oraz przypomniano definicje zbiorów osiągalnych.

Następnie przytoczono znane z literatury definicje podstawowych rodzajów sterowalności dla rozpatrywanych układów z opóźnieniami, a mianowicie: względnej sterowalności oraz absolutnej sterowalności. Wykorzystując analityczną postać rozwiązania liniowego skończenie wymiarowego różniczkowego równania stanu zaproponowano macierze sterowalności dla poszczególnych klas układów dynamicznych zarówno bez opóźnień jak i z opóźnieniami.

W dalszej części referatu wykorzystując odpowiednie własności macierzy sterowalności sformułowano oraz udowodniono algebraiczne warunki konieczne i wystarczające różnych rodzajów sterowalności dla poszczególnych typów układów dynamicznych z opóźnieniami. Ponadto przedyskutowano wzajemne relacje zachodzące pomiędzy poszczególnymi rodzajami sterowalności.

W końcowej części referatu przedstawiono możliwe uogólnienia kryteriów sterowalności względnej na przypadek układów dynamicznych z rozłożonymi opóźnieniami zarówno we współrzędnych stanu, jak i w sterowaniach dopuszczalnych. Zaproponowano kierunki dalszych badań, ze szczególnym uwzględnieniem sterowalności układów ułamkowego rzędu. Podano związki zachodzące pomiędzy sterowalnością liniowych układów dynamicznych a tak zwanym sterowaniem minimalno-energetycznym.

Algebra relacji rozmytych

Józef Drewniak

Rzeszów

Łukasiewicz (1923) [5] rozważał logikę wielowartościową o wartościach z przedziału $[0, 1]$. Podał też przykłady spójników logicznych jako działań w $[0, 1]$. Czterdzieści lat później Rasiowa (1964) [7] rozważała uogólnione funkcje charakterystyczne o wartościach w pewnej algebrze z zachowaniem praw rachunku zbiorów. Jednak dopiero pomysł Zadeha (1965) [8], by uogólnione funkcje charakterystyczne o wartościach w $[0, 1]$ nazywać zbiorami rozmytymi, okazał się impulsem do rozwoju teorii i zastosowań. Skoro zbiory można rozmyć, to można rozmycie zastosować do wszystkich teorii opartych na rachunku zbiorów. Tak pojawiły się rozmyte liczby i funkcje, rozmyte struktury algebraiczne i topologiczne czy rozmyte algorytmy i grafy. Tutaj ograniczymy się do przedstawienia pewnych pojęć i wyników związanych z relacjami rozmytymi (por. [3], [9], [4], [2], [1], [6]). W szczególności omówimy działania na relacjach rozmytych, własności potęg relacji rozmytych, klasyfikację relacji rozmytych, obrazy i przeciwobrazy zbiorów rozmytych przez relacje rozmyte oraz rozwiązywanie równań i nierówności z relacjami rozmytymi.

Literatura

[1] R. Belohlávek, *Fuzzy Relational Systems*, Kluwer Acad. Publ., New York 2002.

[2] J. Drewniak, *Fuzzy Relation Calculus*, Silesian University, Katowice 1989.

[3] J.A. Goguen, *L-fuzzy sets*, J. Math. Anal. Appl. 18 (1967), 145-174.

[4] A. Kaufmann, *Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets*, Acad. Press, New York 1975.

[5] J. Łukasiewicz, *Interpretacja liczbowa teorii zdań*, Ruch Filozoficzny 7 (1923), 92-93.

[6] K. Peeva, Y. Kyosev, *Fuzzy Relational Calculus*, World Scientific, Singapore 2004.

[7] H. Rasiowa, *A generalization of a formalized theory of fields of sets on non-classical logics*, Rozpr. Matemat. 42 (1965), 3–29.

[8] L.A. Zadeh, *Fuzzy sets*, Inform. Control 8 (1965), 338–353.

[9] L.A. Zadeh, *Similarity relations and fuzzy orderings*, Inform. Sci. 3 (1971), 177-200.

Macierze nieskończone w algebrze

Waldemar Hołubowski
Politechnika Śląska, Gliwice

Badania macierzy nieskończonych były popularne na przełomie wieku XIX i XX. Później metody macierzowe zostały wyparte przez współczesną analizę i analizę funkcjonalną. W algebrze macierze nieskończone (indeksowane liczbami naturalnymi) pojawiają się przy badaniu endomorfizmów $End(V)$ przestrzeni liniowych przeliczalnie wymiarowych V.

W badaniach gliwickich matematyków rozpatrywano podgrupy wolne w grupach macierzy unitrójkątnych nieskończonych, strukturę podgrup normalnych w grupie $GL(V)$ endomorfizmów odwracalnych, strukturę ideałów w algebrze Liego endomorfizmów, korygując błędne rezultaty znanych matematyków. Ostatnio pojawiają się prace o zastosowaniach macierzy nieskończonych w kombinatoryce (tzw. macierze Riordana).

Twierdzenie Baire'a i Banacha o punkcie stałym oraz fraktale w przestrzeniach T_1

Michał Morayne

Katedra Informatyki, Politechnika Wrocławska

Dla przestrzeni zwartych T_1 z bazą przeliczalną istnieje naturalna charakteryzacja przestrzeni Baire'a: taka przestrzeń jest przestrzenią Baire'a, jeśli każdy zbiór otwarty zawiera zbiór domknięty o niepustym wnętrzu.

Można także sformułować dla przestrzeni zwartych T_1 naturalny analogon twierdzenia Banacha o punkcie stałym oraz twierdzenie o punkcie stałym dla ich hiperprzestrzeni dające możliwość konstrukcji fraktali w przestrzeniach zwartych T_1.

Te twierdzenia i konstrukcje są faktycznie uogólnieniami znanych i klasycznych faktów dla przestrzeni metrycznych zwartych i przestrzeni zwartych Hausdorffa.

Literatura

[1] M. Morayne, R. Rałowski, *The Baire theorem, an analogue of the Banach fixed point theorem and attractors in T_1 compact spaces*, Bulletin des Sciences Mathématiques 183 (2023).

O problemie zanurzalności w teorii iteracji

Marek Cezary Zdun

Instytut Matematyki, Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej, Kraków

Niech X będzie rzeczywistą rozmaitością. Rodziną odwzorowań ciągłych

$$\mathcal{F} = \{f^t\colon X \to X, t \in R\}$$

spełniających równanie $f^t \circ f^s = f^{t+s}$ dla $t, s \in R$ takich, że dla każdego $x \in X$ funkcja $t \to f^t(x)$ jest ciągła, nazywamy *ciągłą grupą iteracji* lub *potokiem*. Jeżeli dla danego homeomorfizmu $f\colon X \to X$ istnieje ciągła grupa iteracji $\mathcal{F}$ taka, że $f^1 = f$ to mówimy, że f jest w nią *zanurzalna*, a $\mathcal{F}$ nazywamy grupą iteracji f. Przedstawione zostaną wybrane zagadnienia związane z istnieniem i jednoznacznością grup iteracji danej funkcji o różnym stopniu regularności w zależności od własności jej punktów stałych oraz problem zanurzalności komutujących funkcji w grupę iteracji. Skoncentrujemy się na przypadkach gdy X będzie przedziałem, okręgiem i otwartym podzbiorem R^n.

Funkcje silnie wypukłe

Kazimierz Nikodem

Katedra Matematyki, Uniwersytet Bielsko–Bialski

Niech D będzie wypukłym podzbiorem przestrzeni unormowanej $(X, \|\cdot\|)$ i c będzie stałą dodatnią. Mówimy, że funkcja $f\colon D \to \mathbb{R}$ jest *silnie wypukła z modułem* c jeśli

$$f(tx + (1-t)y) \leqslant tf(x) + (1-t)f(y) - ct(1-t)\|x-y\|^2,$$

dla wszelkich $x, y \in D$ oraz $t \in [0, 1]$.

W referacie przedstawiono wiele wyników dotyczących funkcji silnie wypukłych uzyskanych w ostatnich latach. W szczególności pokazano nierówności typu Jensena i Hermite'a - Hadamarda dla takich funkcji. Podano odpowiedniki twierdzeń Bernsteina - Doetscha oraz Sierpińskiego gwarantujące ciągłość funkcji silnie wypukłych w sensie Jensena. Przy użyciu silnej wypukłości uzyskano nową charakteryzację przestrzeni unitarnych wśród przestrzeni unormowanych. Omówiono własności funkcji silnie wypukłych w sensie Wrighta oraz podano wersję twierdzenia Ng charakteryzującą funkcje generujące sumy silnie wypukłe w sensie Schura. Na końcu przedstawiono odpowiednik lematu Ohlina dla funkcji silnie wypukłych i podano przykłady jego zastosowań.

Literatura

[1] N. Merentes and K. Nikodem, *Remarks on strongly convex functions* , Aequationes Math. 80 (2010), 193–199.

[2] K. Nikodem and Zs. Páles, *Characterizations of inner product spaces by strongly convex functions*, Banach J. Math. Anal. 5 (2011), no.1, 83–87.

[3] K. Nikodem, *Strongly convex functions and related classes of functions*. In: Th. M. Rassias (Ed.), Handbook of Functional Equations. Functional Inequalities, Springer Optimizations and Its Applications, Vol. 95, 2015, Chpt.16, 365–405.

[4] K. Nikodem, T. Rajba, *Ohlin and Levin-Stečkin - type results for strongly convex functions*, Ann. Math. Sil. 34 (2020), 123-132.

rok zał. 1919
ptm