Oddział Łódzki PTM serdecznie zaprasza
na referat z cyklu
Łódzkie Forum Młodych Matematyków

Odczyt

O zachowaniu się funkcji całkowalnych w nieskończoności

wygłosi w dniu **31 marca 2021** roku (środa) o godz. **16.30**

lic.[1] *Joanna Horbaczewska*

z kierunku Matematyka wydziału Matematyki i Informatyki UŁ

spotkanie odbędzie się zdalnie w aplikacji Teams, zainteresowanych prosimy o kontakt na adres filip.strobin@p.lodz.pl

---

Abstrakt.

Wiemy, że jeżeli szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny to $a_n \to 0$. Jednak podobna zależność nie zachodzi dla funkcji całkowalnych: nawet jeśli $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ jest całkowalna w sensie Lebesgue'a, to niekoniecznie $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$. Wielu autorów badało zachowanie funkcji całkowalnych w nieskończoności, zobacz [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Jest dość zaskakujące, że większość z nich było opublikowane w ostatnich latach.

Rozważamy przestrzeń z miarą $(X, \mathcal{F}, \mu)$ z nieskończoną, σ-skończoną miarą μ. W tej przestrzeni definiujemy punkt w nieskończoności i bazę jego otoczeń (konstrukcja jest podobna do konstrukcji jednopunktowego uzwarcenia przestrzeni lokalnie zwartej). To pozwala nam na badanie zbieżności funkcji $f : X \to \mathbb{R}$ w nieskończoności. Pokazujemy kilka warunków które zapewniają zbieżność funkcji całkowalnej do 0. Rozważamy klasyczną zbieżność i zbieżność według gęstości. W szczególnym przypadku gdy $X = \mathbb{N}$ lub $X = (0, \infty)$ (z miarą Lebesgue'a), uzyskujemy zarówno klasyczne wyniki o zbieżności szeregów (np. Twierdzenie Oliviera) i uogólnienie niedawnych wyników przedstawionych w [4, 5, 6, 7, 8, 9].

Literatura

[1] James Patrick Dix, *Existence of the limit at infinity for a function that is integrable on the half line*, Rose-Hulman Undergrad. Math. J. 14 (2013), no. 1, 1–11.

[2] Andrzej Komisarski, *On the behavior of Lebesgue integrable functions at infinity*, Indag. Math. (N.S.) 28 (2017), no. 2, 580–588.

[3] Emmanuel Lesigne, *On the behavior at infinity of an integrable function*, Amer. Math. Monthly 117 (2010), no. 2, 175–181.

[1] w dniu refereratu już mgr

[4] Marcela V. Mihai, *A remark on the behavior of integrable functions at infinity*, An. Univ. Craiova Ser. Mat. Inform. 38 (2011), no. 4, 100–101.

[5] Constantin P. Niculescu, Florin Popovici, *A note on the behavior of integrable functions at infinity*, J. Math. Anal. Appl. 381 (2011), no. 2, 742–747.

[6] Constantin P. Niculescu, Florin Popovici, *The behavior at infinity of an integrable function*, Expo. Math. 30 (2012), no. 3, 277–282.

[7] Constantin P. Niculescu, Florin Popovici, *The asymptotic behavior of integrable functions*, Real Anal. Exchange 38 (2012/13), no. 1, 157–167.

[8] Constantin P. Niculescu, Gabriel T. Prăjitură, *Some open problems concerning the convergence of positive series*, Ann. Acad. Rom. Sci. Ser. Math. Appl. 6 (2014), no. 1, 92–107.

[9] Tibor Šalát, Vladimír Toma, *A classical Olivier's theorem and statistical convergence*, Ann. Math. Blaise Pascal 10 (2003), no. 2, 305–313.