Werdykt

Na posiedzeniu w dniu 13 czerwca 2022 jury Międzynarodowej Nagrody im. Stefana Banacha postanowiło, co następuje:

- nagrodę główną przyznać dr. **Marcinowi Sroce** za rozprawę pt. *Monge-Ampère's equation in hypercomplex geometry*,
- dwa równorzędne wyróżnienia przyznać dr. **Dominikowi Burkowi** za rozprawę na temat *Arithmetic properties of finite quotients of Calabi-Yau type manifolds* oraz dr. **Agnieszce Hejnie** za rozprawę pt. *Harmonic analysis and Hardy spaces in the rational Dunkl setting.*

Uzasadnienie

Rozprawa dr. Sroki dotyczy rozwiązań równania Monge-Ampère'a (MA) zarówno na pseudowypukłych dziedzinach w $\mathbb{H}^n$, tj. n zmiennych kwaternionowych, jak i na zwartych rozmaitościach ze strukturą kwaternionową wyposażonych w hiper-kählerowską metrykę z torsją (HKT). Teorię równań MA w $\mathbb{H}^n$ traktować można jako analogon teorii pluripotencjału w $\mathbb{C}^n$, przy czym operator MA odgrywa rolę analogiczną do operatora Laplace'a. Istotna trudność polega jednak na tym, że operator MA jest nieliniowy. W przypadku rozmaitości ze strukturą HKT sytuacja jeszcze bardziej skomplikowana w szczególności ze względu na fakt, że rozmaitości te ogólnie rzecz biorąc nie dopuszczają lokalnych współrzędnych kwaternionowych.

Tematyka ta ma motywacje w mechanice kwantowej, a jest przedmiotem zainteresowania matematyków od około 20 lat. Czołowe nazwiska w tej teorii to Alesker, Verbitsky, Harvey i Lawson - świetni matematycy, a wśród nich laureaci prestiżowych nagród Steele'a (Lawson), EMS (Alesker) czy zaproszony wykładowca na ICM 2014 (Verbitsky).

W kontekście lokalnym, czyli w $\mathbb{H}^n$, dr Sroka w swojej rozprawie wykazał istnienie rozwiązań problemu Dirichleta z prawą stroną w L^p dla $p > 2$, co jest rezultatem optymalnym i znacznie poprawia wcześniejszy wynik Harvey-Lawsona, który wymagał ciągłości. Ta część rozprawy została opublikowana jako samodzielna praca w prestiżowym periodyku *Analysis & PDE*. Następnie, dr Sroka wykazał hölderowską ciągłość rozwiązań i ich stabilność ze względu na prawą stronę i warunek brzegowy. W kontekście rozmaitości HKT badania przeprowadzone w rozprawie były umotywowane przypuszczeniem wysuniętym przez Aleskera i Verbitsky'ego dotyczącym istnienia rozwiązań równań MA na rozmaitościach tej klasy. W rozprawie udało się uzyskać prostszy dowód tzw. oszacowania a priori klasy C^0 należącego do Aleskera i Shelukhina. Rezultat ten ukazał się jako samodzielna publikacja w *Advances in Mathematics*. O owocności tego podejścia świadczą późniejsze prace dr. Sroki, już poza rozprawą, prowadzące do dowodu istnienia rozwiązań na rozmaitościach hiper-kählerowskich z krzywizną, ale bez torsji.

O oryginalności wyników świadczy ranga rezultatów poprawiających wyniki czołowych specjalistów w tej tematyce. Ich znaczenie dla analizy geometrycznej nie ulega wątpliwości, ponieważ tematyka jest intensywnie rozwijana, a wyniki rozprawy sytuują się w jej głównym nurcie. Wywołują one zainteresowanie specjalistów bliskie entuzjazmowi, o czym świadczy list rekomendacyjny Valentino Tosattiego z Courant Institute. Wreszcie o wkładzie własnym autora rozprawy najdobitniej świadczy fakt publikacji rezultatów z niej pochodzących jako jednoautorskich prac w czołowych periodykach.

Rozprawa dr. Burka dotyczy geometrii algebraicznej, a konkretnie metod konstrukcji i własności rozmaitości Calabi-Yau. Były one wcześniej znane w zespolonym wymiarze dwa, w którym są hiper-kählerowskie i zostały nazwane przez Weila rozmaitościami K3, częściowo od nazwisk trzech matematyków związanych ich badaniem, a trochę jako żartobliwa aluzja do szczytu K2, jednego z najwyższych i podobno najtrudniejszego do zdobycia na Ziemi. Rozmaitości Calabi-Yau to ich uogólnienie na dowolny wymiar. Z innego punktu widzenia można je także postrzegać jako wyżej wymiarowe uogólnienie krzywych eliptycznych. Mają one bogate własności geometryczne, ale konstrukcja przykładów nie jest łatwa. Wyjściowym i od razu godnym uwagi rezultatem rozprawy jest właśnie podanie konstrukcji bogatej klasy rozmaitości Calabi-Yau jako ilorazów przy działaniu grup skończonych. Konstrukcja ta działa w dowolnym wymiarze. Dla tak skonstruowanych przykładów dr Burek podaje formułę na liczby Hodge'a, a szczególnie imponuje wyrażenie funkcji zeta Weila na rozkład punktów wymiernych. To tylko przegląd niektórych oryginalnych wyników tej bardzo bogatej matematycznie rozprawy. Dotyczą one ciekawej klasy przykładów i budzą uznanie specjalistów, a o wkładzie własnym autora świadczą jednoautorskie publikacje, choć jak na razie ukazały się jedynie stosunkowo mniej ważne rezultaty rozprawy.

Rozprawa dr Hejny dotyczy analizy dunklowskiej. Jest to uogólnione podejście do analizy oparte na zmodyfikowanym określeniu pochodnej kierunkowej z dodatkowym nielokalnym członem propocjonalnym do funkcji niezmienniczej ze względu na pewną grupę symetrii. Takie podejście jest naturalne przy badaniu niektórych modeli fizyki cząstek. W jego kontekście można badać obiekty alternatywne w stosunku do tych leżących u podwalin klasycznej analizy, takich jak funkcja wykładnicza, transformata Fouriera, splot, operator Laplace'a i półgrupa ciepła, operator Schrödingera czy przestrzenie Hardy'ego. Taka właśnie rekonstrukcja analizy harmonicznej w ujęciu dunklowskim jest przedmiotem obszernej rozprawy dr Hejny. Problem jest dalece niebanalny ze względu chociażby na nielokalny charakter operatorów czy brak reguły Leibniza. Praca ta wymagała zatem wielkiej oryginalności, także odwagi, gdyż sukces takiego programu badawczego wcale nie był oczywisty. O znaczeniu rezultatów świadczy fakt publikacji wielu z nich w dobrych czasopismach, a także ich kontynuacja w dalszych badaniach dr Hejny prowadzonych już poza rozprawą. Wreszcie jej wkład własny nie ulega wątpliwości nie tylko w oparciu o opinię promotora rozprawy, ale świadczą o nim także jednoautorskie publikacje.

prof. dr hab. Grzegorz Świątek
przewodniczący Jury